Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

Львівський національний університет ім. Івана Франка

факультет прикладної математики та інформатики

Кафедра програмування

Індивідуальне завдання №2

з курсу «Математична статистика»

Виконала:

студентка групи ПМі-31

Прокіп Олена

Львів – 2013

1. **Постановка задачі.**

За допомогою критерію Пірсона при заданому рівні значущості перевірити гіпотезу про те, що генеральна сукупність керується певним законом розподілу. Невідомі параметри розподілу оцінити на підставі наведених вибіркових даних.

У результаті статистичних досліджень отримано такий емпіричний розподіл довжини 1000 деталей:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 5,1 | 5,2 | 5,3 | 5,4 | 5,5 | 5,6 | 5,7 |
|  | 7 | 78 | 289 | 392 | 195 | 36 | 3 |

1. **Короткі теоретичні відомості.**

Критерій Пірсона використовується для перевірок різних гіпотез. Нехай на підставі вибірки з деякої генеральної сукупності можна висунути таку гіпотезу H0: генеральна сукупність керується функцією розподілу , яка залежить від s невідомих параметрів.

Алгоритм перевірки перевірки гіпотези H0.

1. Вибираємо рівень значущості
2. Розбиваємо гіпотетичний простір на r+1 комірку та визначаємо кількості m1, …mr+1 потраплянь значень даної вибірки у відповідні комірки S1, S2, …, Sr+1 такого розбиття.
3. Оцінюємо невідомі параметри. (у нашому випадку та *а* з нормального закону розподілу).
4. Обчислюємо емпіричне значення величини χ2 за формулою    
   Критерій Пірсона можна використовувати при умові Якщо умова не виконується, то потрібно об'єднати суміжні проміжки, так щоб умова виконалась.
5. При вибраному рівні значущості і кількості ступенів вільності d.f. = r –s обчислюємо χ2 критичне.
6. Якщо , то ця вибірка при такій оцінці параметрів не суперечить висунутій гіпотезі H0. У протилежному випадку гіпотезу відхиляємо.

Експонентний розподіл. Випадкову змінну, функція розподілу якої є:

називають розподіленою за експонентним законом.

1. **Програмна реалізація**

using System;

using System.Collections.Generic;

using System.Linq;

using System.Text;

using System.Threading.Tasks;

namespace TIMC\_2

{

class Program

{

const double x2kr = 7.81;

const int n = 7;

static private List<Tuple<double, int>> data;

static private List<Tuple<double, double>> intervals;

static private List<Tuple<double, double, double>> newData;

static private int N;

static public void GetData()

{

N = 0;

string[] all = System.IO.File.ReadAllLines("Data.txt");

data = new List<Tuple<double, int>>();

for (int i = 0; i < n \* 2; ++i)

{

data.Add(new Tuple<double, int>(double.Parse(all[i]),

int.Parse(all[i + 1])));

N += int.Parse(all[i + 1]);

++i;

}

}

static public double GetAverage()

{

double sum = 0;

for (int i = 0; i < n; ++i)

{

sum += data[i].Item1 \* data[i].Item2;

}

return sum / N;

}

static public void GetIntervals()

{

intervals = new List<Tuple<double, double>>();

for (int i = 0; i < n; ++i)

{

double a = data[i].Item1 - 0.05;

double b = data[i].Item1 + 0.05;

intervals.Add(new Tuple<double, double>(a, b));

}

}

static public double F(double x)

{

double dx = 0.0001;

double sum = 0;

if (x > 0)

{

for (double i = 0; i < x; i += dx)

{

sum += dx \* (Math.Pow(Math.E, -i \* i / 2));

}

}

else

{

for (double i = x; i < 0; i += dx)

{

sum -= dx \* (Math.Pow(Math.E, -i \* i / 2));

}о

}

return sum / Math.Sqrt(2 \* Math.PI);

}

static public double Sigma2()

{

double sum = 0;

double average = GetAverage();

for (int i = 0; i < n; ++i)

{

sum += data[i].Item2 \* (data[i].Item1 - average) \* (data[i].Item1 - average);

}

return sum / N;

}

static public void GetNewData()

{

newData = new List<Tuple<double, double, double>>();

double a = GetAverage();

double sigma = Math.Sqrt(Sigma2());

for (int i = 0; i < n; ++i)

{

if (data[i].Item2 < 5)

{

if (i != n - 1)

{

intervals[i + 1] = new Tuple<double, double>(intervals[i].Item1,

intervals[i + 1].Item2);

data[i + 1] = new Tuple<double, int>(data[i + 1].Item1,

data[i + 1].Item2 + data[i].Item2);

}

else

{

intervals[i - 1] = new Tuple<double, double>(intervals[i - 1].Item1,

intervals[i].Item2);

data[i - 1] = new Tuple<double, int>(data[i - 1].Item1,

data[i - 1].Item2 + data[i].Item2);

}

data[i] = new Tuple<double, int>(0, -1);

}

}

for (int i = 0; i < n; ++i)

{

if (data[i].Item2 == -1)

{

continue;

}

double pi = F((intervals[i].Item2 - a) / sigma)

- F((intervals[i].Item1 - a) / sigma);

double npi = N \* pi;

newData.Add(new Tuple<double, double, double>(data[i].Item2, pi, npi));

}

}

static public double X2()

{

double sum = 0;

for (int i = 0; i < newData.Count; ++i)

{

double mi = newData[i].Item1;

double npi = newData[i].Item3;

sum += (mi - npi) \* (mi - npi) / npi;

}

return sum;

}

static void Main(string[] args)

{

GetData();

System.Console.WriteLine("{0} {1:0.000}","Середнє значення: ", GetAverage());

System.Console.WriteLine("{0} {1:0.00000}","Сигма квадрат: ", Sigma2());

GetIntervals();

GetNewData();

System.Console.Write("{0} {1:0.00} {2}{3}{4} {5}", "Хi квадрат емпiричне: ",

X2(),"\n", "Хi квадрат критичне: ", x2kr, "\n");

if (x2kr > X2())

{

System.Console.WriteLine("\nГiпотезу приймаємo.");

}

else

{

System.Console.WriteLine("\nГiпотезу не приймаємo.");

}

Console.ReadLine();

}

}

}

1. **Аналіз отриманих результатів.**

Хід роботи.

1. Обислюємо невідомий парметр , середнє значення виібрки.
2. Обчислюємо невідомий параметр , стандартне відхилення.
3. Знаходимо теоретичну ймовірність для кожного проміжку і перевіряємо умову що . Якщо умова не виконалась, то .
4. Перевіряємо чи кожному проміжку задовільняється умова Якщо не виконується, то об'єднуємо суміжні проміжки, поки умова не виконається.
5. Обчислюємо і при заданому рівні значущості і кількості ступенів вільності d.f. = r –s

Отримали такі результати обчислень:

*а =* 5,381 *d.f.* = 3

Звідси. Отже, дана гіпотеза приймається.

1. **Висновки.**

Критерій Пірсона – потужний інструмент для перевірки різних гіпотез.

В даному випадку я перевірила гіпотезу про те, що генеральна сукупність керується нормальним законом розподілу.

В результаті гіпотезу прийняла.